

K-Réa v6

C. Notice technique - Module 3D

Table des matières

C.1 Introduction et grands principes	3
C.1.1 Objet du calcul et champ d'application	3
C.1.2 Introduction à la méthode de calcul proposée	4
C.1.3 Conventions de signes	5
C.2 Aspects théoriques	9
C.2.1 Mise en équation	9
C.2.1.1 Modélisation du comportement de l'écran	11
C.2.1.2 Loi d'interaction sol/écran	12
C.2.1.3 Pression interstitielle	13
C.2.1.4 Prise en compte des ancrages élémentaires	13
C.2.1.5 Prise en compte des ancrages « avancés »	13
C.2.1.6 Résolution	14
C.2.2 Calcul des sollicitations	14
C.2.3 Gestion du phasage	15
C.2.3.1 Vis-à-vis de la loi d'interaction sol/écran	15
C.2.3.2 Ancrages élémentaires	17
C.2.3.3 Modification de la rigidité de l'écran et des ancrages avancés	19
C.3 Mise en œuvre	20
C.3.1 Différences avec les autres modules de K-Réa	20
C.3.2 Mise en œuvre générale des actions agissant sur le sol	21
C.3.3 Surcharges sur le sol	22
C.3.3.1 Surcharges de Caquot	22
C.3.3.2 Surcharges de Boussinesq	22
C.3.4 Chargement défini directement sur l'écran	23
C.3.5 Modification des caractéristiques de l'écran.	24
C.4 Revue des différents ancrages	24
C.5 Prise en compte des effets thermiques	26
C.5.1 Philosophie générale	26
C.5.2 Illustration de principe sur un exemple simple	26
C.5.3 Fonctionnement en conjonction avec le phasage	27

Table des figures

C 1	Exemples de projets « écrans simples ».	3
C 2	Exemples de projets « double-écran ».	3
C 3	Exemples de projet « 3D ».	4
C 4	Repérage conventionnel de l'intérieur et de l'extérieur dans le module 3D sur la vue en coupe.	5
C 5	Repérage conventionnel de l'intérieur et de l'extérieur dans le module 3D sur la vue de dessus. La flèche bleue pointe de l'intérieur vers l'extérieur.	5
C 6	Convention pour les côtés « intérieurs » et « extérieurs » dans le cas d'une fouille polygonale ouverte. Le vecteur $\underline{n}$ pointe vers l'intérieur.	5
C 7	Définition des efforts internes associés aux plaques.	6
C 8	Convention de signe pour les efforts internes des modules « 2D » de K-Réa, cohérente avec le module 3D.	7
C 9	Convention pour les efforts des poutres.	8
C 10	Convention des efforts pour les liernes. Le côté intérieur est le côté excavé.	8
C 11	Loi d'interaction sol/écran.	12
C 12	Schéma-type pour la loi de mobilisation de la réaction des ancrages.	13
C 13	Effet d'une modification de la contrainte verticale effective.	15
C 14	Effet d'une plastification des ressorts d'interaction sol-structure - notion de déplacement irréversible δ_r .	16
C 15	Cas particulier du décollement des ressorts d'interaction sol-structure.	16
C 16	Effet d'une modification du coefficient de réaction.	17
C 17	Fluage des ancrages élémentaires - modification de la loi de réaction.	17
C 18	Rigidification des ancrages élémentaires - modification de la loi de réaction.	18
C 19	Effet d'une modification de la précontrainte au cours du phasage pour un ancrage élémentaire.	18
C 20	Processus de décollement/recollement pour un ancrage élémentaire travaillant de façon unilatérale.	19
C 21	Modification de la rigidité de l'écran - Fluage.	20
C 22	Modification de la rigidité de l'écran - Rigidification.	20
C 23	Terrain initial (non excavé).	21
C 24	Excavation devant tous les écrans.	21
C 25	Excavation devant un seul écran.	21
C 26	Influence d'une surcharge de Boussinesq extérieure sur tous les écrans.	22
C 27	Influence d'une surcharge de Boussinesq extérieure sur un seul écran.	22
C 28	Traitement d'une surcharge de Boussinesq définie en phase initiale.	23
C 29	Effort surfacique trapézoïdal.	24
C 30	Effort ponctuel.	24
C 31	Principe de modélisation d'un bouton dans le module 3D de K-Réa.	24
C 32	Représentation d'une lierne et axes pertinents.	25
C 33	Représentation d'un tirant scellé et angles pertinents.	25
C 34	Schéma de principe d'une dalle.	25
C 35	Schéma de principe d'un radier.	25
C 36	Représentation schématique d'une poutre console.	26
C 37	Représentation schématique d'une poutre bi-encastree.	26

Liste des tableaux

C 1	Définition des efforts internes associés aux plaques.	6
C 2	Bilan de la convention pour les efforts dans les écrans.	6
C 3	Bilan de la convention pour les efforts dans les dalles et radiers.	6

C.1 Introduction et grands principes

C.1.1 Objet du calcul et champ d'application

K-Réa permet d'étudier le comportement des écrans de soutènement (efforts internes et déformations) soumis à une série de phases de construction.

La méthode de calcul utilisée est la méthode de calcul aux coefficients de réaction (de type MISS-K par référence à la norme d'application de l'Eurocode 7, qui sera appelée dans ce document simplement MISS, par simplification). Elle est fondée sur la modélisation des soutènements par des éléments de structure (poutres ou plaques) sur appuis continus « élastoplastiques ».

K-Réa permet d'analyser trois types de projets :

- Projets « Écran simple » : comprenant un unique soutènement plan ;

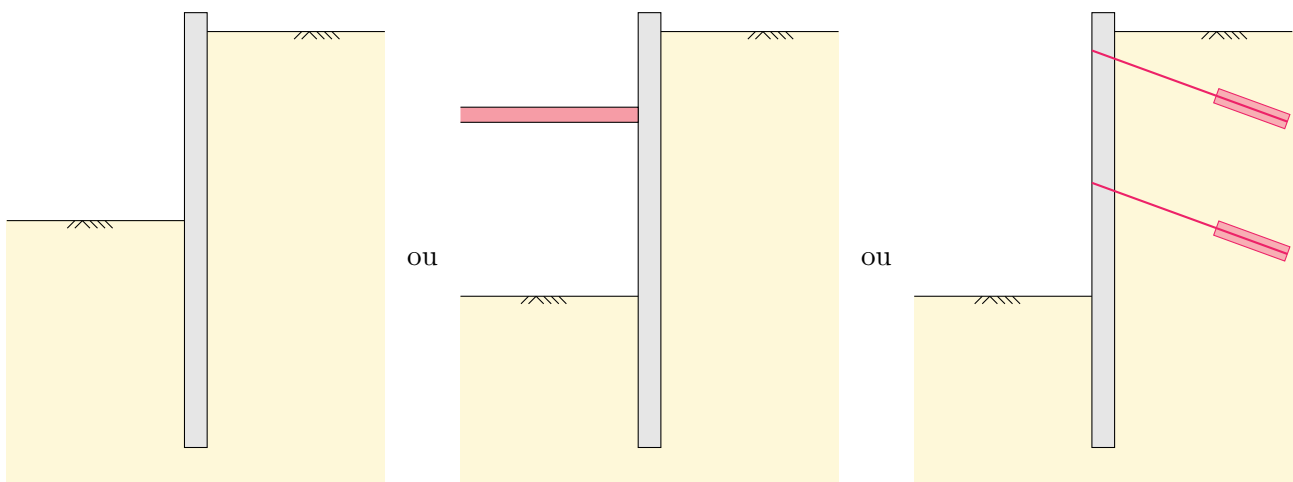


FIGURE C 1 – Exemples de projets « écrans simples ».

- Projets « Double-écran » : comprenant deux soutènements plans, liés ou non par une ou plusieurs nappes d'ancrages de liaison.

Nota : on désigne par doubles écrans à la fois les doubles écrans et les contre écrans.

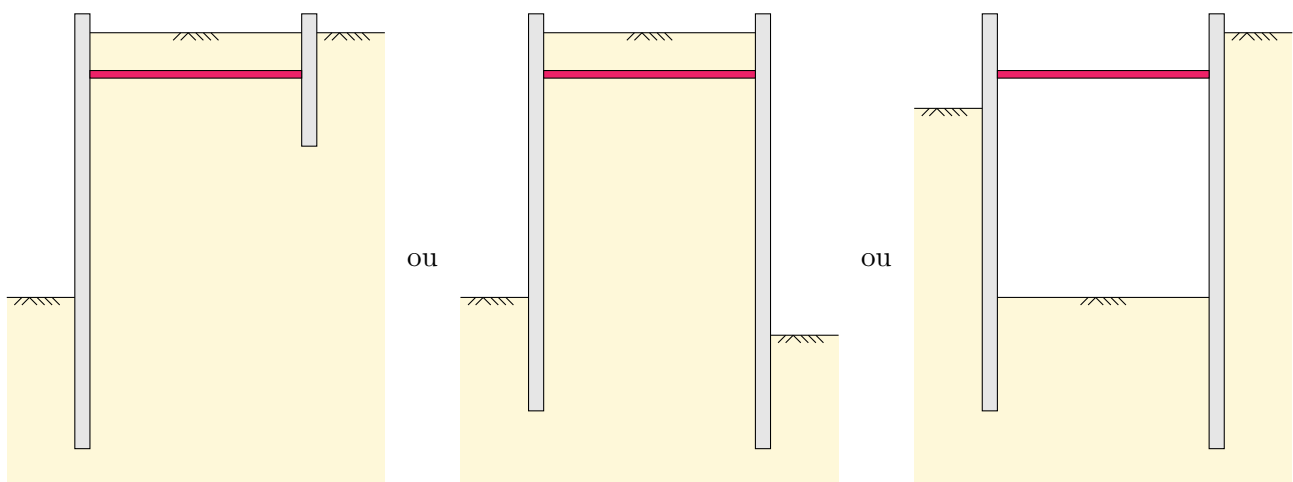


FIGURE C 2 – Exemples de projets « double-écran ».

- Projet « 3D » : comprenant plusieurs écrans plans liés entre eux au niveau de leurs coins, et par différents ancrages de liaison (liernes, butons, poutres, dalles, radiers, *etc etc*). L'interface permet

actuellement de traiter le cas courant de fouilles rectangulaires, mais aussi de fouilles polygonales ouvertes et fermées. Le traitement d'écrans « isolés » vis-à-vis de la polygône principale n'est pas encore disponible.

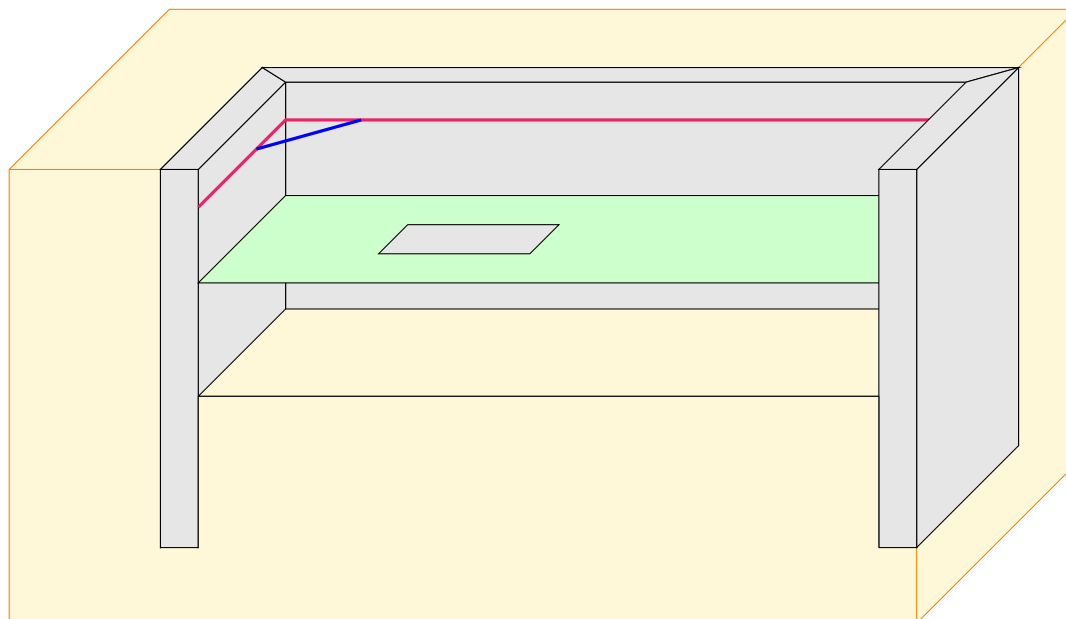


FIGURE C 3 – Exemples de projet « 3D ».

La série des phases de construction comprend la phase initiale de mise en place des écrans et est suivie de différentes phases correspondant chacune à un ensemble d'actions telles que la mise en place d'un bouton ou d'un tirant, la variation d'un niveau de sol ou d'eau, l'application de surcharges ou la mise en place d'un ancrage de liaison (dans le cas d'un projet double-écran ou 3D).

Pour cette version de la notice technique, **seul le module 3D sera présenté**, puisque le fonctionnement des modules « simple écran » et « doubles écrans » est globalement inchangé. L'utilisateur de ces modules est invité à se reporter à la notice dédiée [3].

C.1.2 Introduction à la méthode de calcul proposée

La méthode MISS-K 3D associe le modèle de plaques en flexion représentatives des écrans à celui d'une distribution de ressorts élastoplastiques répartis, représentative de l'interaction sol/écran.

D'une part, les éléments d'ancrage « élémentaires » (tirants ou boutons) sont introduits sous la forme de ressorts élastoplastiques équivalents, et permettent de lier un point de l'écran au « bâti » (tirant scellé), ou à un autre écran (bouton de liaison).

D'autre part, des éléments d'ancrage « complexes » constitués d'assemblages d'éléments de poutre mince et de plaque mince peuvent permettre de modéliser des ancrages plus sophistiqués (liernes, poutres, dalles avec trémies, radiers, *etc etc*).

Dans K-Réa, la mise en équation du modèle est traitée à l'aide d'une formulation matricielle globale type éléments-finis associant les différents objets (écrans, appuis, éléments d'ancrage élémentaires et complexes).

C.1.3 Conventions de signes

Géométrie

Pour éviter toute confusion, le système de coordonnées en « profondeur » n'est pas proposé pour ce module 3D : l'axe z est toujours vertical ascendant. Les niveaux des écrans, surcharges et ancrages sont ainsi définis par leur cote.

Pour chaque écran, le sol est découpé verticalement en côté « intérieur », situé conventionnellement à gauche de l'écran, et en côté « extérieur », situé quant à lui à droite de l'écran.

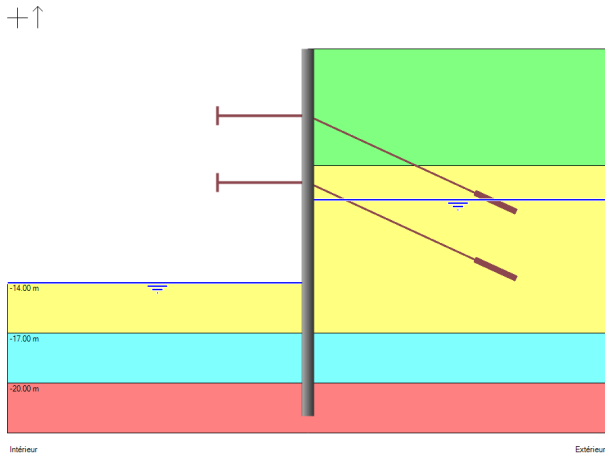


FIGURE C 4 – Repérage conventionnel de l'intérieur et de l'extérieur dans le module 3D sur la vue en coupe.

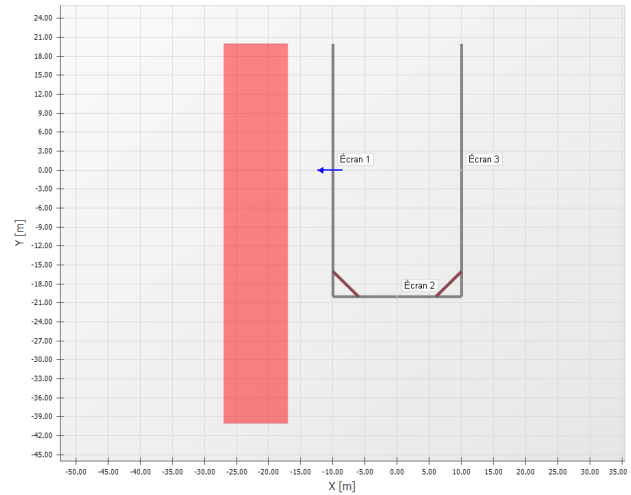


FIGURE C 5 – Repérage conventionnel de l'intérieur et de l'extérieur dans le module 3D sur la vue de dessus. La flèche bleue pointe de l'intérieur vers l'extérieur.

Dans le cas d'une fouille polygonale fermée, le tracé des écrans est réordonné pour que l'intérieur soit effectivement à gauche.

Dans le cas d'une fouille polygonale non fermée, l'intérieur est conventionnellement pris à gauche de chaque segment dans son sens de parcours : si A_i dénote le i -ème point saisi par l'utilisateur, le côté « intérieur » de l'écran i situé entre les points A_i et A_{i+1} est donné par le vecteur $\underline{n}$ complétant le trièdre direct ($\underline{t} = A_i A_{i+1} / \|A_i A_{i+1}\|, \underline{n}, e_z$). L'intérieur sera effectivement à gauche sur les coupes si les points sont donnés dans le sens trigonométrique.

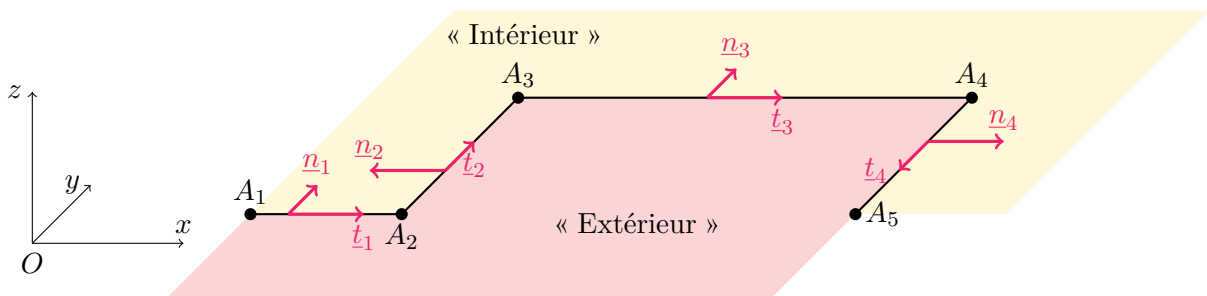


FIGURE C 6 – Convention pour les côtés « intérieurs » et « extérieurs » dans le cas d'une fouille polygonale ouverte. Le vecteur $\underline{n}$ pointe vers l'intérieur.

Le contrôle de cette convention est facilité par l'interface : sur l'écran de « vue de dessus » disponible à tout instant, une flèche bleue pointe de l'intérieur vers l'extérieur (sur la vue en coupe, cela correspond à une orientation de gauche à droite).

Mécanique

Les chargements s'appliquant sur les écrans peuvent suivre deux conventions différentes :

- Définis directement dans le repère global (force ponctuelle) ;
- Positifs de l'intérieur vers l'extérieur de la fouille (chargement réparti).

Les efforts des ancrages élémentaires sont pris positifs :

- en traction dans le cas des tirants scellés.
- en compression dans le cas des butons.

Par ailleurs, pour les ancrages « complexes », les conventions de la mécanique des milieux continus sont retenues pour l'évaluation des contraintes (déformation positive en elongation, contrainte positive en traction). **Les efforts généralisés sont en revanche définis au cas par cas pour garantir une continuité avec les autres modules de K-Réa.**

En conséquence, pour les éléments de plaque, en notant (x, y) le plan local de l'élément et z la normale orientée locale, la Table C 1 et la Figure C 7 définissent les conventions retenues.

$N_{xx} = - \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{xx} dz$	$M_{xx} = - \int_{-t/2}^{t/2} -z \sigma_{xx} dz$
$N_{yy} = - \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{yy} dz$	$M_{yy} = - \int_{-t/2}^{t/2} -z \sigma_{yy} dz$
$N_{xy} = - \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{xy} dz$	$M_{xy} = - \int_{-t/2}^{t/2} -z \sigma_{xy} dz$
$S_x = - \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{xz} dz$	$S_y = - \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{yz} dz$

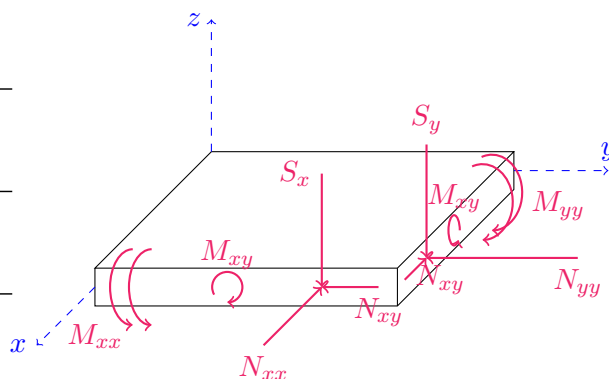


TABLE C 1 – Définition des efforts internes associés aux plaques.

FIGURE C 7 – Définition des efforts internes associés aux plaques.

Avec les conventions retenues, on remarquera que l'effort normal de plaque est positif en compression. Pour les moments,

- **Pour les écrans**, on choisit de prendre la direction y locale vers le haut et la direction z locale vers l'intérieur de la fouille. **Ainsi le moment est-il négatif lorsque la fibre intérieure est comprimée, et positif lorsque c'est la fibre extérieure qui est comprimée.**
- **Pour les dalles et radiers**, on choisit de prendre les directions locales x et y égales aux directions globales X et Y . Par conséquent, la normale locale orientée pointe vers le haut. **Ainsi le moment est-il négatif lorsque la fibre supérieure est comprimée, et positif lorsque la fibre inférieure est comprimée.**

	$M > 0$	$M < 0$
Fibre intérieure	tendue	comprimée
Fibre extérieure	comprimée	tendue

TABLE C 2 – Bilan de la convention pour les efforts dans les écrans.

	$M > 0$	$M < 0$
Fibre supérieure	tendue	comprimée
Fibre inférieure	comprimée	tendue

TABLE C 3 – Bilan de la convention pour les efforts dans les dalles et radiers.



FIGURE C 8 – Convention de signe pour les efforts internes des modules « 2D » de K-Réa, cohérente avec le module 3D.

Les conventions ainsi définies pour les efforts sont identiques à celles retenues dans les autres modules de K-Réa, puisque l'intérieur est par convention pris à gauche.

Pour les poutres, trois directions sont définies :

- La direction $\underline{e}_1$, parallèle à l'axe de la poutre et orientée de son point d'origine (A) vers son point d'arrivée (B).
 - ★ Dans le cas d'une poutre entre deux écrans, cette orientation est transparente.
 - ★ Dans le cas d'une lierne, elle suit le sens trigonométrique. Une figure d'aide contextuelle est proposée.
- La direction $\underline{e}_3$ correspond à la verticale globale lorsque la poutre est horizontale, et à la projection de la verticale globale dans le plan orthogonal à $\underline{e}_1$ dans le cas où la poutre est inclinée. Les poutres ne sont *a priori* jamais verticales.
- La direction $\underline{e}_2$ complète les deux directions précédentes en formant un trièdre direct ($\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3$). Ainsi défini, $\underline{e}_2 = \underline{e}_3 \wedge \underline{e}_1$ est toujours inclus dans le plan horizontal.

Pour une lierne, $\underline{e}_2$ pointe toujours vers l'intérieur.

Les conventions retenues pour les poutres sont les suivantes :

- L'effort normal N_1 est positif en traction.
- L'effort tranchant V_2 (resp. V_3) est positif lorsque l'action exercée par le reste de la poutre projetée sur $\underline{e}_2$ (resp. projetée sur $\underline{e}_3$) est positive.
- Le fléchissant M_2 est positif lorsque la fibre du côté de $-\underline{e}_3$ est comprimée.
- Le fléchissant M_3 est positif lorsque la fibre du côté de $+\underline{e}_2$ est comprimée.

Note : La différence de signes pour les deux moments M_2 et M_3 peut paraître confusante à première vue, mais elle est cohérente dans le sens où le moment est positif s'il est dans le sens trigonométrique.

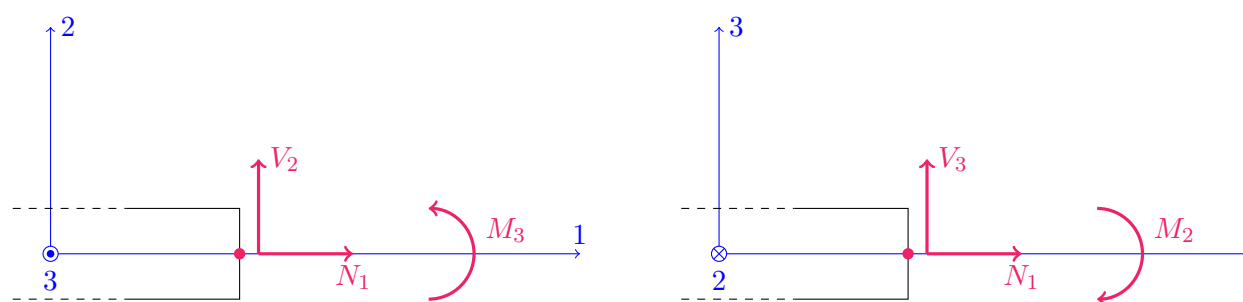


FIGURE C 9 – Convention pour les efforts des poutres.

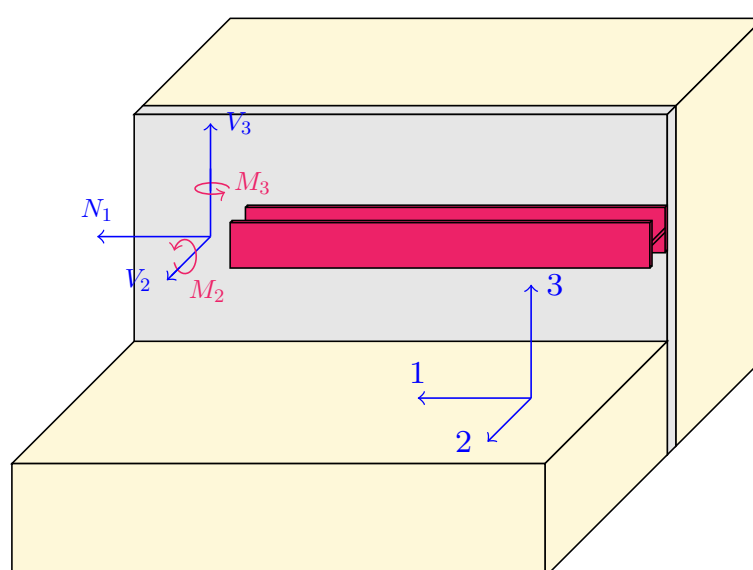


FIGURE C 10 – Convention des efforts pour les liernes. Le côté intérieur est le côté excavé.

C.2 Aspects théoriques

C.2.1 Mise en équation

La méthode des éléments finis est une méthode énergétique de résolution approchée d'un problème physique par discrétisation des volumes et surfaces (voir par exemple [2] ou [5]). Si elle est toujours associée à un processus de minimisation de l'énergie potentielle, elle est parfois formulée sous forme faible à partir du principe des travaux virtuels. La minimisation explicite de la fonctionnelle « énergie potentielle » E_{pot} est retenue.

La fonctionnelle énergie potentielle d'un champ de déplacements virtuels cinématiquement admissible $\underline{\xi}'$ est formée à partir de la différence entre la fonctionnelle énergie thermoélastique Ψ et le travail virtuel des efforts donnés Φ (virtuel, car associé à la cinématique paramétrée choisie pour chaque élément, qui ne constitue pas forcément la solution exacte du problème) :

$$E_{\text{pot}}(\underline{\xi}', \tau) = \Psi(\underline{\xi}', \tau) - \Phi(\underline{\xi}') \quad (\text{C.1})$$

La solution exacte du problème réalise le minimum de l'énergie potentielle. Minimiser cette fonctionnelle revient alors à rechercher la « meilleure » solution approchée au sens de l'énergie potentielle. En prenant un déplacement de référence nul (celui-ci ne change pas l'expression des matrices, seulement les facteurs qui deviennent $\underline{\xi}' - \underline{\xi}'_0$ et $\underline{\varepsilon}' - \underline{\varepsilon}'_0$ au lieu de $\underline{\xi}'$ et $\underline{\varepsilon}'$), l'énergie potentielle d'un système élastique tridimensionnel Ω peut s'écrire :

$$E_{\text{pot}} = \int_{\Omega} \left(\psi_0 + \underline{\sigma}^0 : \underline{\varepsilon}' + \frac{1}{2} \underline{\varepsilon}' : \mathbb{C} : \underline{\varepsilon}' - \tau [\mathbb{C} : \underline{\alpha}] : \underline{\varepsilon}' - s_0 \tau - \frac{1}{2} c \tau^2 \right) dV - \left[\int_{\Omega} \rho \underline{g} \cdot \underline{\xi}' dV + \sum_i \int_{S_{T_i}} \xi'_i T_i dS \right] \quad (\text{C.2})$$

Où ψ_0 est l'énergie libre volumique de référence, $\underline{\sigma}^0$ est l'état de contrainte initial régnant dans le matériau, $\underline{\varepsilon}'$ le tenseur de déformations virtuelles linéarisé, $\mathbb{C}$ le tenseur élastique isotherme, $\tau = T - T_0$ la variation de température par rapport à l'instant initial, $\underline{\alpha}$ le tenseur des coefficients de dilatation thermique linéiques, s_0 l'entropie volumique de référence, c la capacité thermique volumique, ρ la masse volumique du matériau, $\underline{g}$ l'accélération de la pesanteur, T_i la composante donnée de l'effort de contact sur S_{T_i} .

Dans la version actuelle de K-Réa, la température est une donnée, il ne s'agit donc pas de minimiser sur celle-ci. L'énergie potentielle étant définie à une constante additive près, il est possible de simplifier l'expression :

$$E_{\text{pot}} = \int_{\Omega} \left(\underline{\sigma}^0 : \underline{\varepsilon}' + \frac{1}{2} \underline{\varepsilon}' : \mathbb{C} : \underline{\varepsilon}' - \tau [\mathbb{C} : \underline{\alpha}] : \underline{\varepsilon}' \right) dV - \left[\int_{\Omega} \rho \underline{g} \cdot \underline{\xi}' dV + \sum_i \int_{S_{T_i}} \xi'_i T_i dS \right] \quad (\text{C.3})$$

En passant en écriture matricielle, il est possible d'écrire les trois coordonnées du déplacement en tout point par le biais des fonctions de forme de chaque direction, en rassemblant celles-ci dans un vecteur de forme $[N(\underline{x})]$ vérifiant ainsi $[\xi'] = [N][q]$ où $[q]$ est le vecteur des inconnues nodales en déplacement. Il est aisé de démontrer par simple dérivation que la déformation dépend linéairement des inconnues nodales, soit qu'il existe une matrice $[B(\underline{x})]$ vérifiant $[\varepsilon'] = [B][q]$. Alors,

$$E_{\text{pot}} = \int_{\Omega} \left([\varepsilon']^T [\sigma^0] + \frac{1}{2} [\varepsilon']^T [C] [\varepsilon'] - \tau [\varepsilon']^T [C] [\alpha] \right) dV - \left[\int_{\Omega} [\xi']^T [\gamma] dV + \sum_i \int_{S_{T_i}} \xi'_i T_i dS \right] \quad (\text{C.4})$$

Soit encore :

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} [q]^T [K] [q] - [q]^T [F^0] - [q]^T [F^{\text{th}}] - [q]^T [F^{\text{volume}}] - [q]^T [F^{\text{contact}}] \quad (\text{C.5})$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{ll} [K] = \int_{\Omega} [B]^T [C] [B] dV & \text{la matrice de raideur.} \\ [F^{\text{th}}] = \int_{\Omega} \tau [B]^T [C] [\alpha] dV & \text{le vecteur de chargement thermique.} \\ [F^0] = - \int_{\Omega} [B]^T [\sigma^0] dV & \text{le vecteur de contrainte initiale.} \\ [F^{\text{volume}}] = \int_{\Omega} [N]^T [\gamma] dV & \text{le vecteur-chargeement des forces volumiques.} \\ [F^{\text{contact}}] = \sum_i \int_{S_{T_i}} [N_i]^T T_i dS & \text{le vecteur-chargeement des efforts de contact.} \end{array} \right. \quad (\text{C.6})$$

Bien noter que les grandeurs intégrées peuvent non seulement être des champs vectoriels réguliers, mais aussi des distributions de type Dirac dans le cas d'efforts de contact ponctuels par exemple.

Dans le cas où de surcroît un ressort réparti (ci-après s'il s'agit d'une densité volumique de ressort, mais il suffit de changer le domaine d'intégration s'il est linéique ou surfacique) est présent, il suffit d'ajouter à l'énergie potentielle le terme $1/2 [q]^T [K^r] [q]$ où :

$$[K^r] = \int_{\Omega} [N]^T [C^r] [N] dV \quad \text{est la matrice de raideur de l'appui élastique réparti.} \quad (\text{C.7})$$

Avec $[C^r]$ la matrice de comportement de la distribution de ressorts (diagonale en l'absence de couplages entre les directions).

En appliquant la procédure décrite avec différents comportements, différentes cinématiques et différentes mailles simples (e.g. segment à deux nœuds, triangle à trois nœuds, rectangle à quatre nœuds, *etc. etc.*), on construit une bibliothèque d'objets « élémentaires » dont l'assemblage peut permettre de modéliser des systèmes mécaniques complexes. Il suffit alors simplement d'insérer à la bonne place (chaque nœud de l'élément est associé à une numérotation globale) les matrices et vecteurs élémentaires dans les objets « globaux » associés pour assembler le système. Un changement de base vers un repère global doit être appliqué aux objets élémentaires pour que cet assemblage ait un sens.

Après assemblage du système complet, la forme de l'énergie potentielle reste la même en vertu de la linéarité des relations. Dans K-Réa, aucun « déplacement imposé » n'est considéré, le processus de minimisation sous contrainte se réduit donc à écrire la nullité du gradient :

$$\frac{\partial E_{\text{pot}}}{\partial [q]} = 0 \implies ([K] + [K^r])[q] = [F^{\text{volume}}] + [F^{\text{contact}}] + [F^0] + [F^{\text{th}}]$$

Afin de calculer les efforts pertinents pour le dimensionnement, quel que soit le modèle retenu (poutre, plaque, ...), les contraintes sont estimées par le biais de la loi de comportement :

$$\underline{\underline{\sigma}}' = \underline{\underline{\sigma}}^0 + \mathbb{C} : \underline{\underline{\varepsilon}}' - \tau \mathbb{C} : \underline{\underline{\alpha}} \quad (\text{C.8})$$

Il est important de rappeler que le **champ de contrainte ainsi estimé n'est pas *a priori* statiquement admissible, il doit donc être considéré avec précaution** (dépend beaucoup de l'ordre des fonctions de forme adoptées pour les éléments). En particulier, il ne vérifie pas nécessairement la condition de continuité du vecteur-contrainte, ou la condition d'équilibre local.

C.2.1.1 Modélisation du comportement de l'écran

Chaque écran est assimilé à une plaque de section homogène et de comportement élastique linéaire. L'hypothèse de plaque mince est adoptée, ce qui permet de négliger les déformations dues à l'effort tranchant (égalité de la rotation de la section et de celle de la fibre neutre). Le comportement du matériau composant l'écran est supposé orthotrope, et les éléments implémentés sont ceux de Kirchhoff [5].

La cinématique virtuelle retenue pour le modèle de plaque mince est :

$$\underline{\xi}(x, y, z) = \begin{cases} u(x, y) + z \cdot \theta_y(x, y) \\ v(x, y) - z \cdot \theta_x(x, y) \\ w(x, y) \end{cases} \quad (\text{C.9})$$

En gris, les termes liés au comportement hors plan, et en vert ceux liés au comportement dans le plan. Comme annoncé, la nullité des déformations de cisaillement γ_{xz} et γ_{yz} est associée à un lien fort entre les dérivées de la déflexion et les rotations des facettes :

$$\begin{cases} \gamma_{xz} = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} = \theta_y + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \\ \gamma_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} = -\theta_x + \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} \frac{\partial w}{\partial x} = -\theta_y \\ \frac{\partial w}{\partial y} = \theta_x \end{cases} \quad (\text{C.10})$$

Dans K-Réa, deux manières de définir le comportement du matériau constitutif de l'écran sont proposées :

– **Par défaut, un matériau isotrope.** Trois paramètres sont alors pertinents :

- ★ Le produit de rigidité axiale EA [kN/m].
- ★ Le produit de rigidité en flexion EI [kNm²/m].
- ★ Le coefficient de Poisson ν .

Il est important de noter que K-Réa calcule ensuite la rigidité de plaque axiale B via $EA/(1-\nu^2)$ et la rigidité de plaque en flexion D via $EI/(1-\nu^2)$.

Le coefficient de Poisson n'a donc pas à être intégré dans la rigidité entrée par l'utilisateur.

– **Un matériau anisotrope en cochant la case éponyme.** Sept paramètres sont alors pertinents :

- ★ Le produit de rigidité axiale verticale $(EA)_v$ [kN/m].
- ★ Le produit de rigidité axiale horizontale $(EA)_h$ [kN/m].
- ★ Le produit de rigidité en flexion verticale $(EI)_v$ [kNm²/m].
- ★ Le produit de rigidité en flexion horizontale $(EI)_h$ [kNm²/m].
- ★ Le coefficient de Poisson ν_{vh} , qui caractérise le rapport $-\varepsilon_h/\varepsilon_v$ lors d'une compression simple verticale.
- ★ Le produit de rigidité en cisaillement plan $(GA)_{vh}$ [kN/m].
- ★ Le produit de rigidité en flexion-cisaillement $(GI)_{vh}$.

Les huit paramètres de comportement de la plaque sont alors déduits de ces sept valeurs.

Comme pour les modules 2D, des assistants permettant de faciliter la saisie sont proposés pour guider le travail du modélisateur, même si les choix des rigidités reposent en dernier ressort sur son jugement d'ingénieur. Ces assistants sont au nombre de trois :

- **Assistant paroi moulée isotrope.** Cet assistant calcule les paramètres isotropes à partir de la donnée de l'épaisseur e et d'un module de déformation E , via $EA = E \times e$, $EI = E \times e^3/12$, $\nu = 0$ et $w = e \times 25 \text{ kN/m}^3$.
- **Assistant paroi moulée isotrope.** Cet assistant calcule les rigidités $(EA)_v$, $(EA)_h$, $(EI)_v$ et $(EI)_h$ de la même façon que l'assistant isotrope. Les rigidités de cisaillement sont quant à elles réduites d'un facteur 1000 par rapport à celles qui seraient évaluées à partir des paramètres isotropes.
Le coefficient de Poisson ν_{vh} est conventionnellement nul, et le poids surfacique est évalué de la même manière que pour la paroi moulée isotrope.
- **Assistant palplanches.** Cet assistant retranscrit les valeurs tabulées pour $(EI)_v$ et w . La rigidité axiale verticale $(EA)_v$ est évaluée à partir du poids surfacique (donnée) et du poids volumique de l'acier (78.5 kN/m^3). Les autres grandeurs sont choisies 1000 fois plus faibles que leur pendant isotrope, pour rendre compte de la présence des serrures dont le jeu rend incertain la transmission des efforts.

Deux modes de comportement sont disponibles pour les liaisons entre deux écrans : le mode encastrement, ou le mode « charnière » qui autorise une rotation différentielle de travail nul. Dans la version actuelle, le comportement des liaisons entre écrans s'applique aussi aux liernes définies sur le pourtour : cette option pourra être distinguée dans les versions ultérieures.

C.2.1.2 Loi d'interaction sol/écran

La loi d'interaction sol/écran est décrite, de chaque côté et pour chaque écran, à l'aide d'une courbe de mobilisation de poussée/butée classique caractérisée à l'aide de 4 paramètres :

- k_h : coefficient de réaction horizontal du sol (ou raideur par unité de surface) ;
- p_a : pression limite de poussée horizontale (ou poussée active) ;
- p_b : pression limite de butée horizontale (ou poussée passive) ;
- p_0 : pression de référence horizontale (ou pression dite « initiale ») ;

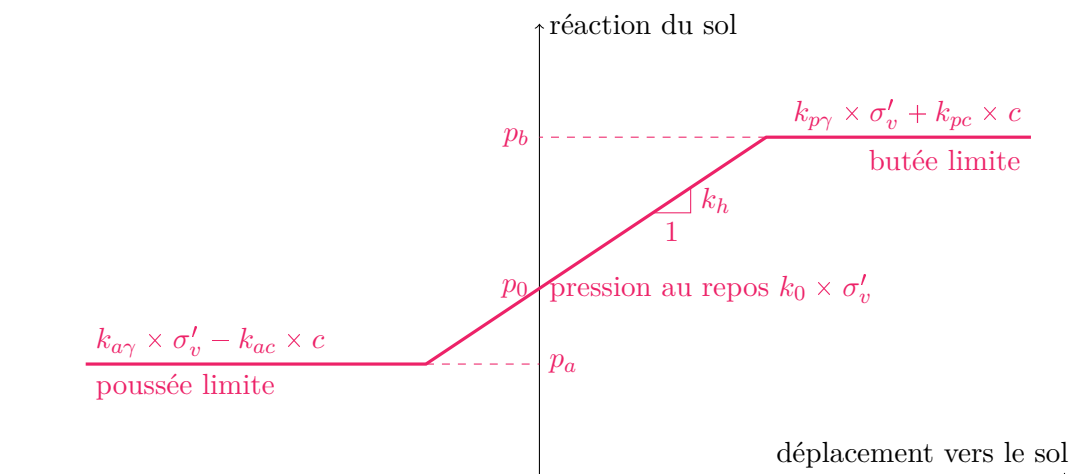


FIGURE C 11 – Loi d'interaction sol/écran.

Le fonctionnement est identique aux ressorts linéiques définis dans les autres modules de K-Réa. Par défaut, les valeurs de $p_a/p_b/p_0$ sont automatiquement déterminées par K-Réa en fonction des caractéristiques des sols et de la contrainte verticale effective σ'_v pour une phase, un écran et un côté donné.

C.2.1.3 Pression interstitielle

La présence d'une pression interstitielle $u(z)$ non nulle (régime hydrostatique ou écoulement) a pour conséquence de :

- Modifier l'état de contrainte effective dont dépend directement la loi de mobilisation de la réaction du sol ($p_a/p_b/p_0$ sont fonction de σ'_v).
- Mobiliser une pression horizontale directe sur l'écran égale à $u(z)$, qui vient s'additionner à la densité des charges extérieures sur l'écran.

C.2.1.4 Prise en compte des ancrages élémentaires

Les ancrages « élémentaires » (butons, tirants scellés) sont supposés suivre une loi de réaction élasto-plastique comme le schématise la Figure C 12. Le fonctionnement est similaire à celui rencontré dans les autres modules de K-Réa.

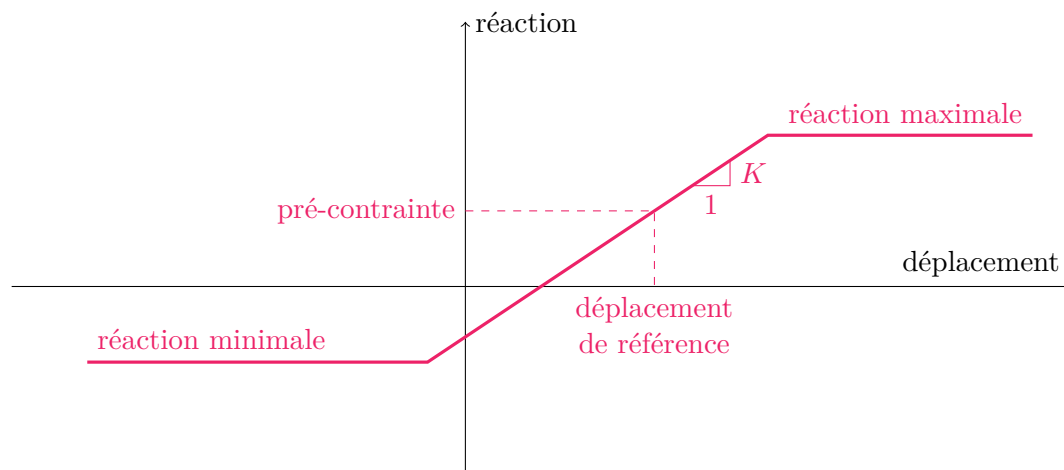


FIGURE C 12 – Schéma-type pour la loi de mobilisation de la réaction des ancrages.

C.2.1.5 Prise en compte des ancrages « avancés »

Les ancrages avancés ne se réduisent pas à des ressorts élastoplastiques, ils sont associés à des éléments plus complexes. Typiquement, des éléments de plaque mince pour les dalles et radiers, et des éléments de poutre mince pour les liernes et poutres.

Le comportement de ces ancrages « avancés » est supposé élastique linéaire, et la seule source de non-linéarité liée au décollement est traitée par des éléments de ressort au niveau des degrés de liberté de contact.

Les nœuds associés à ces éléments sont ajoutés au système, et les raideurs et chargements associés sont intégrés dans les matrices et vecteurs globaux associés.

Il est important de noter que la notion de précontrainte dans le cas d'éléments complexes ne peut être vue que comme une « déformation imposée » : à l'issue de la phase d'activation avec précontrainte, celle-ci aura réduit du fait du travail de la raideur propre de l'élément au cours de celle-ci. **Dans le**

cas où l'utilisateur souhaite une précontrainte pilotée en effort, il est vivement conseillé d'utiliser un ancrage « élémentaire » en choisissant le mode d'activation à deux temps de la précontrainte dans les options avancées.

C.2.1.6 Résolution

La méthode de résolution adoptée est incrémentale (Newton-Raphson, voir par exemple [1]). Ainsi, pour chaque phase, il s'agit d'effectuer une succession d'itérations où le système résolu est :

$$[K] \cdot [dU] = [R] = [F] - [F_{\text{int}}] \quad (\text{C.11})$$

Le vecteur chargement extérieur $[F]$ n'est pas modifié au cours des itérations. Le vecteur $[F_{\text{int}}]$ est quant à lui modifié à chaque itération par les différents éléments ; pour les éléments élastiques, la contribution prend généralement la forme :

$$[F_{\text{int}}^i] = [K^i] \cdot ([U^i] - [U_{\text{ref}}^i]) + [F_{\text{ref}}^i] \quad (\text{C.12})$$

Pour les éléments élastoplastiques (ancrages élémentaires, ressorts d'interaction sol-structure), qui ont la particularité d'être uniaxiaux, le vecteur des efforts internes se déduit directement des lois de comportement présentées ci-avant.

Le moteur de calcul est doté de cinq critères d'arrêt différents, et l'utilisateur est notifié du critère employé sur l'écran principal. Dans le cas où le résultat pourrait ne pas être satisfaisant, l'utilisateur est invité à raffiner le maillage pour réduire les oscillations. Le calcul s'arrête :

- **Critère n°1.** Si le nombre d'itérations dépasse le nombre maximal d'itérations autorisé (défini dans les options avancées). Les autres phases ne sont alors pas calculées.
- **Critère n°2.** Si l'erreur sur le résidu est inférieure à la tolérance fixée par l'utilisateur, et que tous les éléments élastoplastiques sont « stables » (*e.g.* aucun ressort de sol ne passe de poussée à élastique, ou d'élastique à butée).
- **Critère n°3.** Si la variation relative de déplacement (en norme quadratique) est inférieure à $1/100^{\circ}$ de la tolérance définie par l'utilisateur et qu'un quart des itérations autorisées au moins ont été consommées.
- **Critère n°4.** Si la moitié des oscillations ont été consommées et que l'erreur sur le résidu et la variation relative de déplacement sont inférieures à 10 fois la tolérance.
- **Critère n°5.** Si la moitié des oscillations ont été consommées et que le nombre de ressorts de sol oscillant d'un état à un autre est inférieur à 5.

C.2.2 Calcul des sollicitations

Contrairement aux autres modules de K-Réa, le calcul des efforts ne peut être conduit par intégration. Les équations d'équilibre des plaques sont en effet au nombre de trois, pour cinq champs inconnus : le problème est indéterminé, et la répartition des efforts dépend de la déformée.

La méthode retenue est donc la dérivation des fonctions de forme, telle que présentée en équation C.8.

C.2.3 Gestion du phasage

C.2.3.1 Vis-à-vis de la loi d'interaction sol/écran

Effet d'une modification de la contrainte verticale effective. La modification de la contrainte verticale effective du sol σ'_v dans une phase donnée, sous l'effet d'une excavation ($\Delta\sigma'_v < 0$), d'un remblaiement ($\Delta\sigma'_v > 0$), d'une modification des conditions hydrauliques ou de l'application d'une surcharge sur le terrain ($\Delta\sigma'_v > 0$) a comme conséquence le double effet suivant :

- Modification de la valeur de la pression p_0 pour un déplacement nul à l'aide des coefficients recompression k_r et de décompression k_d :

$$\star \Delta p_0 = k_r \Delta \sigma'_v \quad \text{si } \Delta \sigma'_v > 0$$

$$\star \Delta p_0 = k_d \Delta \sigma'_v \quad \text{si } \Delta \sigma'_v < 0$$

- Actualisation des deux paliers plastiques (poussée/butée) à l'aide des coefficients de poussée/butée définis par l'utilisateur pour chaque couche :

$$\star \Delta p_a = k_{a\gamma} \Delta \sigma'_v$$

$$\star \Delta p_b = k_{p\gamma} \Delta \sigma'_v$$

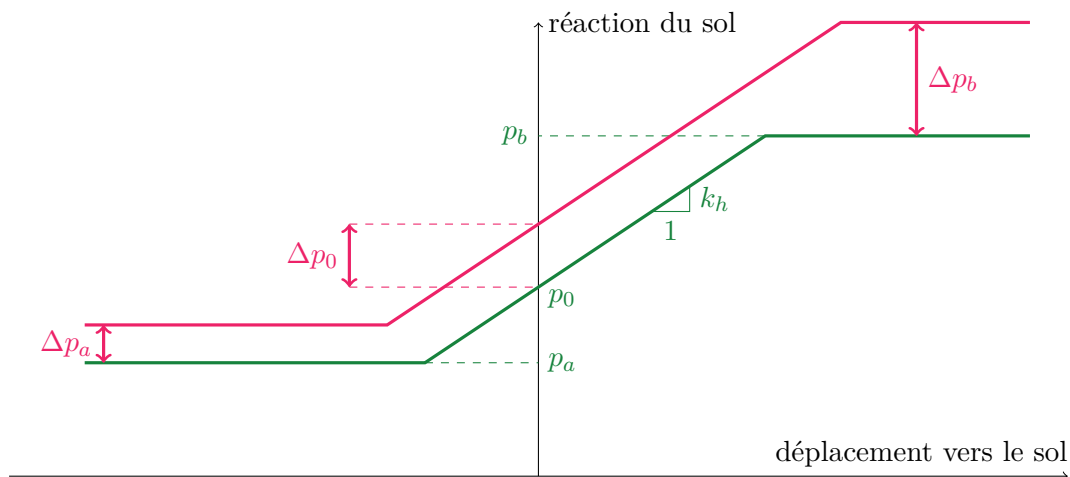


FIGURE C 13 – Effet d'une modification de la contrainte verticale effective.

Effet de la plastification. La plastification du sol dans une phase particulière a pour effet, dans la phase suivante, de sdécaler horizontalement la courbe d'interaction sol/écran d'un déplacement résiduel δ_r . Cela conduit à une modification artificielle de la pression exercée à déplacement nul p_0 . La valeur de celle-ci ne peut ainsi plus être reliée de manière directe à l'état de contrainte verticale (fonctionnement incrémental).

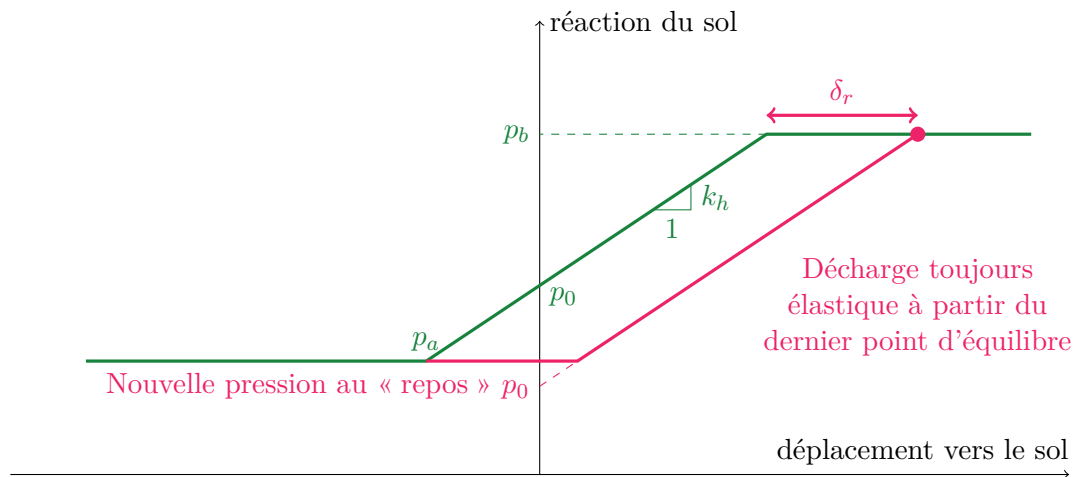


FIGURE C 14 – Effet d'une plastification des ressorts d'interaction sol-structure - notion de déplacement irréversible δ_r .

Cas particulier du décollement : la droite de retour est inchangée, et la pression « au repos » p_0 aussi.

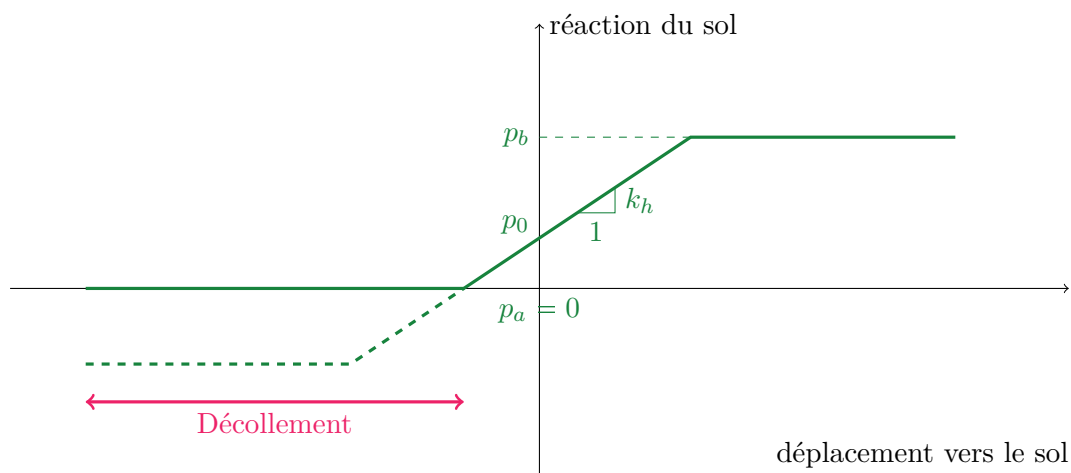


FIGURE C 15 – Cas particulier du décollement des ressorts d'interaction sol-structure.

Modification du coefficient de réaction. La modification du coefficient de réaction conduit à une rotation de la partie élastique autour du point d'équilibre obtenu à la phase précédente, ce qui implique à nouveau une modification artificielle de la pression exercée à déplacement nul. **Il est déconseillé de procéder dans une même phase à une modification du k_h et de la contrainte verticale effective. Il est préférable de distinguer deux phases différentes, pour représenter correctement l'évolution du système.**

Il est important de noter que la seule modification du coefficient de réaction ne perturbe pas l'équilibre, et aucun déplacement n'est engendré en l'absence de chargement complémentaire. Ce comportement est modélisé de manière identique pour les ressorts d'interaction sol/structure présents sous les radiers et ceux agissant sous la pointe de l'écran.

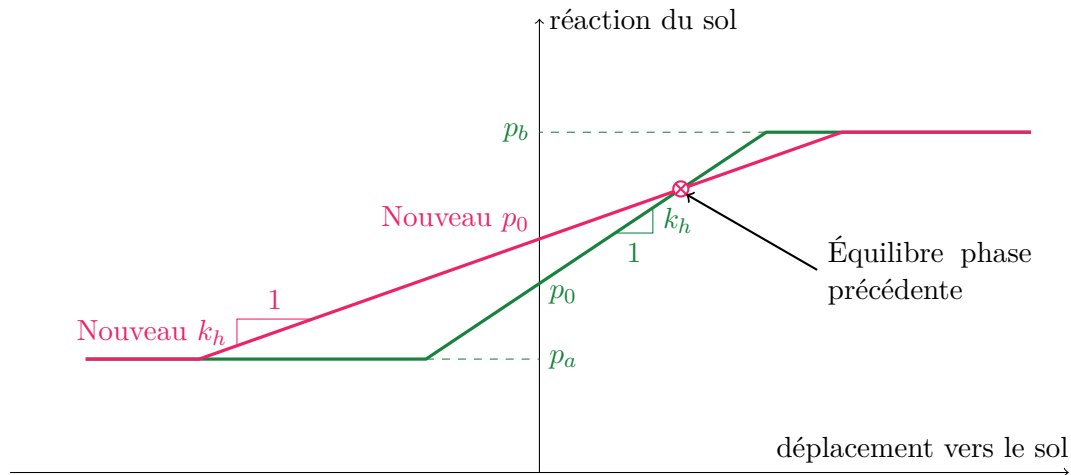


FIGURE C 16 – Effet d’une modification du coefficient de réaction.

C.2.3.2 Ancrages élémentaires

Fluage. La modification de la raideur d’un ancrage au cours du phasage est traitée de façon différente selon qu’il s’agisse d’une réduction (fluage) ou d’une augmentation de la raideur par rapport à sa valeur initiale. Le fait de diminuer la raideur d’un ancrage (fluage) conduit à une régénération de la loi d’interaction autour du point de référence, conduisant ainsi à un déplacement additionnel en l’absence de toute autre action pendant la phase étudiée.

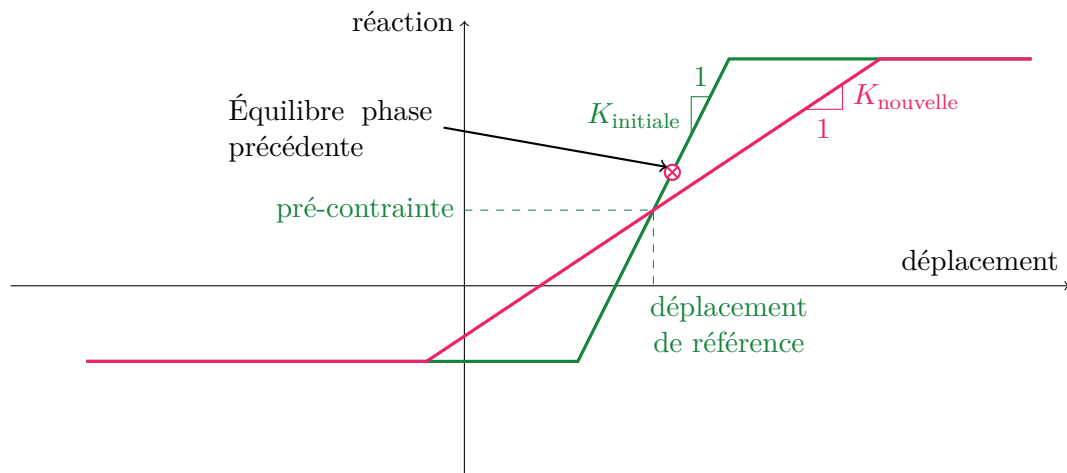


FIGURE C 17 – Fluage des ancrages élémentaires - modification de la loi de réaction.

Rigidification. L’augmentation de la raideur est traitée en appliquant une rotation de la loi de réaction autour du point d’équilibre obtenu à la phase précédente (et non autour du point de référence comme dans le cas d’un fluage). De ce fait, l’équilibre précédent n’est pas modifié et aucun déplacement n’est généré en l’absence de tout autre chargement.

Le déplacement de référence est modifié, et la précontrainte est conservée.

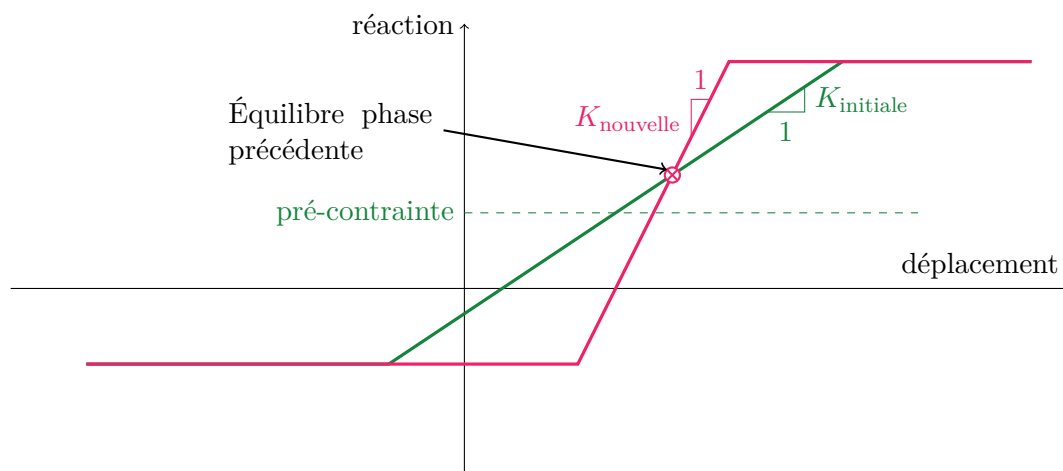


FIGURE C 18 – Rigidification des ancrages élémentaires - modification de la loi de réaction.

Modification de la précontrainte. La modification de la précontrainte au cours de phasage est traitée en opérant un décalage vertical de la courbe de mobilisation égal à la différence entre la nouvelle précontrainte et celle initiale (figure ci-dessous). Le déplacement de référence est conservé au cours de cette opération.

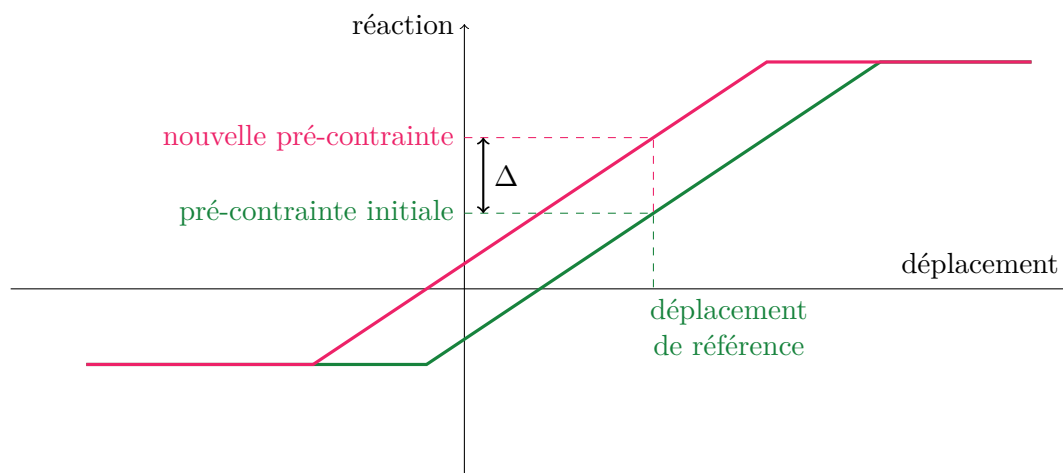


FIGURE C 19 – Effet d’une modification de la précontrainte au cours du phasage pour un ancrage élémentaire.

Décollement. Les ancrages travaillant de façon « unilatérale » suivent une loi de réaction comprenant un palier minimal nul. Le processus de décollement/recollement, qu’il faut bien distinguer d’une plastification, est schématisé dans la figure ci-dessous. On rappelle que le mode de travail des boutons est configurable lors de leur définition, tandis que les tirants scellés ne travaillent jamais en compression.

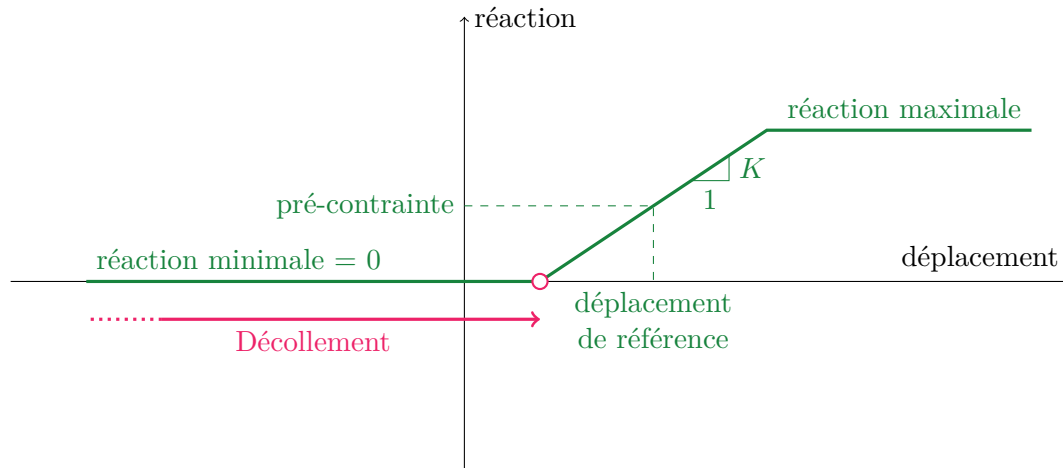


FIGURE C 20 – Processus de décollement/recollement pour un ancrage élémentaire travaillant de façon unilatérale.

Plastification. La gestion de la plastification au cours du phasage est menée de façon analogue que pour la loi d'interaction sol/écran en actualisant la loi de mobilisation à chaque phase tenant compte de l'accumulation des déplacements irréversibles. Bien noter cependant qu'à la différence des ressorts d'interaction sol/structure, c'est la valeur du déplacement de référence qui est formellement modifiée et non la valeur de précontrainte.

Comportement à l'activation lorsque l'ancrage élémentaire est précontraint. Il existe deux modes de comportement différents à l'activation lorsqu'un ancrage élémentaire est précontraint.

- *Activation simultanée de la raideur et de la précontrainte.* Ce mode de calcul correspond à activer l'ancrage avec sa raideur et une déformation imposée reliée à la précontrainte par la loi de comportement. Au cours du calcul de la phase, l'élément va se déformer, et l'effort appliqué sur l'écran est d'autant plus réduit que celui-ci s'allonge (lorsque la déformation atteint la déformation imposée équivalente, l'effort appliqué sur l'écran est nul). La loi de comportement conduit donc (généralement) à réduire l'effort appliqué sur la paroi par l'ancrage.

Ce comportement est considéré par défaut pour les boutons, et constitue l'unique alternative pour les éléments de structures « avancés » (plaques, poutres, ...). En effet, lorsque la loi de comportement de l'ancrage devient plus complexe et fait intervenir plus de deux degrés de liberté, il est mal-aisé de raisonner en termes de contraintes imposées.

- *Activation à deux temps.* Ce mode de calcul correspond à activer l'ancrage sans raideur : la force qu'il exerce sur l'écran est alors strictement égale à la précontrainte définie, qu'importe le déplacement. Ce n'est qu'à partir de la phase suivant l'activation que la raideur commence à modifier l'effort interne à l'ancrage. Ce mode s'apparente à un pilotage en effort imposé.

Ce comportement est le seul autorisé pour les tirants scellés (et ce, même si l'utilisateur confère une précontrainte nulle au tirant). Pour les boutons, ce mode de calcul peut être choisi dans les options avancées, et ne s'applique que si l'utilisateur définit une précontrainte non nulle lors de l'activation de l'élément.

C.2.3.3 Modification de la rigidité de l'écran et des ancrages avancés

La modification de la rigidité de l'écran (par le biais d'un facteur k sur la rigidité initiale) est traitée différemment selon qu'il s'agisse d'un fluage (réduction de la rigidité) ou d'une augmentation de la rigidité par rapport à la phase précédente. Cette différence de comportement est gérée automatiquement par le moteur de calcul de K-Réa, pour chaque section de l'écran.

Les ancrages « avancés » suivent les mêmes principes.

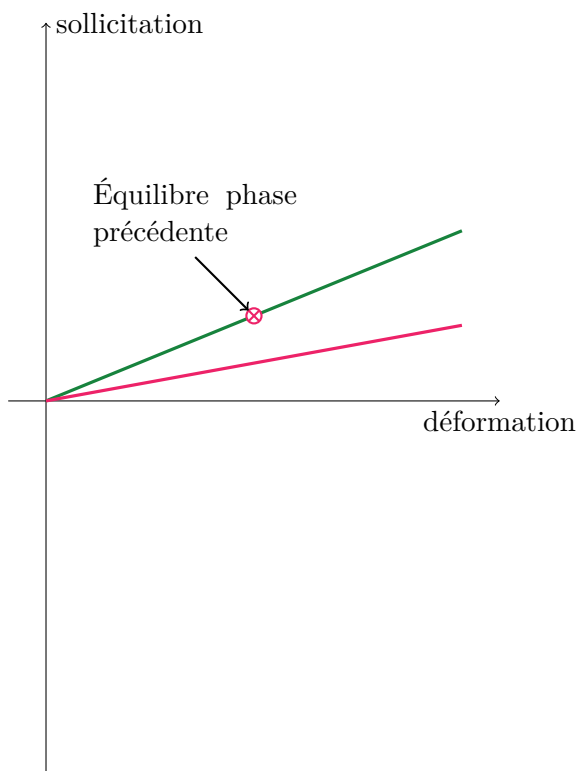


FIGURE C 21 – Modification de la rigidité de l'écran - Fluage.

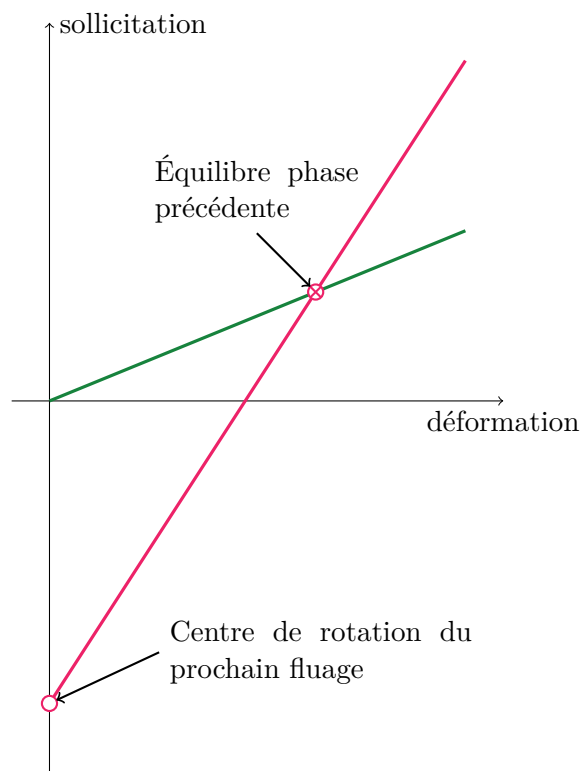


FIGURE C 22 – Modification de la rigidité de l'écran - Rigidification.

C.3 Mise en œuvre

Le principe général de mise en œuvre pour la pression des terrains et celle de l'eau est identique à celui considéré dans les autres modules de K-Réa, il n'est donc pas décrit ici, et le lecteur est invité à consulter la notice technique de K-Réa v4.

C.3.1 Différences avec les autres modules de K-Réa

La mise en œuvre est globalement similaire à celle des autres modules 2D de K-Réa, mis à part les éléments suivants :

- **Pas de poussée réduite possible.** Cet artefact de calcul est essentiellement réservé aux idéalisation bidimensionnelles, et son extension dans un calcul en trois dimensions n'est pas encore mature.
- Les seules **surcharges définies sur le sol** sont celles de **Caquot et de Boussinesq** (formules 3D présentées dans la notice Tasseldo), la surcharge de Graux trouvant difficilement une extension en trois dimensions. Chaque surcharge s'applique du côté intérieur OU du côté extérieur de la fouille, sur un écran donné ou sur tous les écrans.
- **Pas de talus ou risberme** possible, l'extension tridimensionnelle n'étant pas encore mature.
- **Pas de calcul ELU.** L'extension tridimensionnelle du mécanisme de Kranz pose en effet question.

- Le **séisme n'est pas encore disponible dans l'interface** dans la version actuelle. Une démarche pseudo-statique avec orientation horizontale du séisme sera proposée à l'avenir.

C.3.2 Mise en œuvre générale des actions agissant sur le sol

Les actions dont il est question dans cette section sont l'excavation, l'action hydraulique, le remblaiement, la modification d'une couche de sol, les diagrammes de pressions imposées, les surcharges de Caquot et Boussinesq.

Chaque action peut agir sur tous les écrans, ou sur seulement l'un d'entre eux. Pour visualiser ce que représente concrètement l'excavation devant un ou plusieurs écrans, les Figure C 24 et Figure C 25 explicitent plusieurs cas de figure.

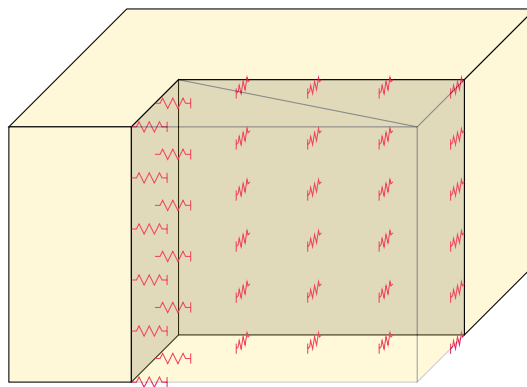


FIGURE C 23 – Terrain initial (non excavé).

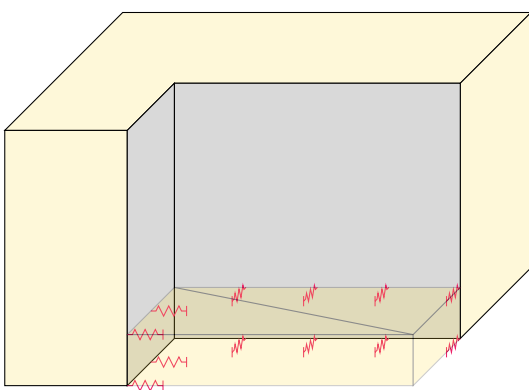


FIGURE C 24 – Excavation devant tous les écrans.

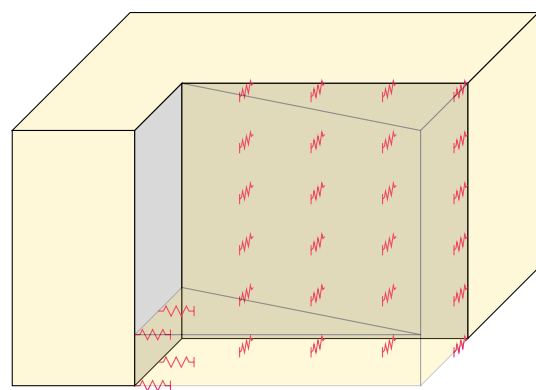


FIGURE C 25 – Excavation devant un seul écran.

Même principe pour les surcharges de Caquot et Boussinesq : la valeur de l'incrément de contraintes peut être évaluée partout dans le demi-espace situé sous le niveau d'application de la surcharge, mais il est possible de choisir les écrans (et le côté, intérieur ou extérieur) pour lesquels cet incrément est pris en compte. Le paragraphe suivant est spécialement dédié aux surcharges sur le sol.

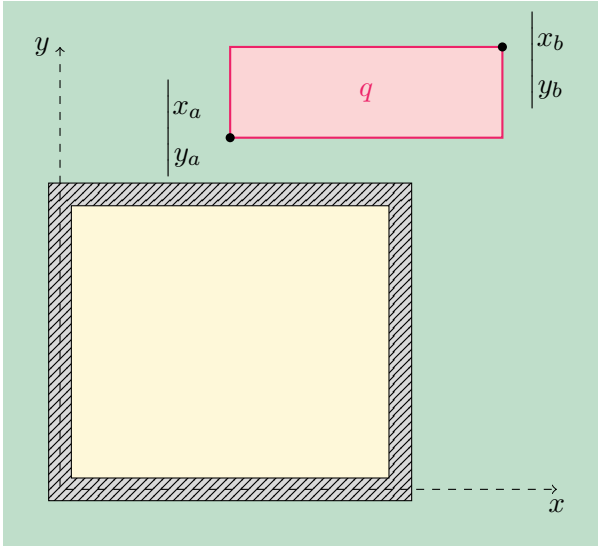


FIGURE C 26 – Influence d'une surcharge de Boussinesq extérieure sur tous les écrans.

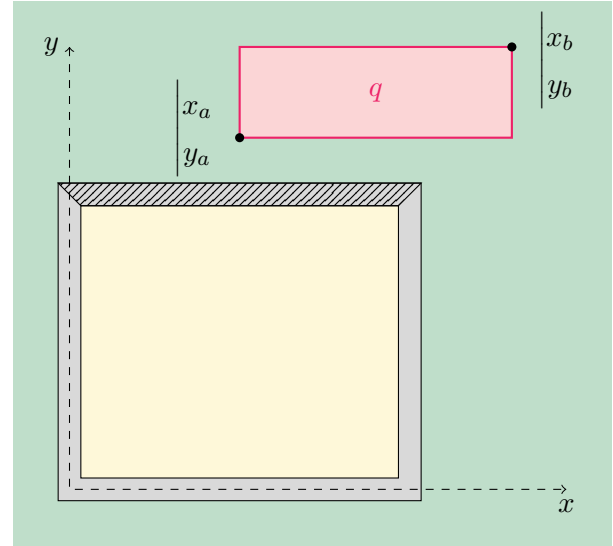


FIGURE C 27 – Influence d'une surcharge de Boussinesq extérieure sur un seul écran.

C.3.3 Surcharges sur le sol

C.3.3.1 Surcharges de Caquot

Il s'agit d'une surcharge semi-infinie s'exerçant sur un côté d'un ou plusieurs écrans, à une cote z_0 . Son application induit un incrément de contrainte verticale uniforme sous la cote d'application :

$$\Delta\sigma_v(z) = q \times \mathbb{1}_{z \leq z_0} \quad (\text{C.13})$$

C.3.3.2 Surcharges de Boussinesq

Cas général. Il s'agit d'une surcharge verticale rectangulaire, définie par les coordonnées de deux points diagonalement opposés (x_a, y_a) et (x_b, y_b) et de densité q , appliquée à une cote z_0 . Son application induit un incrément de contrainte horizontale au niveau d'un ou plusieurs écrans, estimé par intégration de la solution de Boussinesq. **L'attention de l'utilisateur est attirée sur le fait que les formules de diffusion de Boussinesq sont dérivées en milieu homogène, en l'absence de la fouille. Il est également déconseillé de définir des surcharges interceptant le contour de la fouille.**

Classiquement, la valeur de l'incrément de contraintes horizontales peut être évaluée en n'importe quel point à partir des relations donnant dans le repère global cet incrément sous un coin de la surcharge (par combinaison de surcharges rectangulaires). Rappelons que ces relations se mettent sous la forme :

$$\begin{cases} \Delta\sigma_{xx} = \frac{q\alpha_e}{2\pi} (I_{1,x} + (1 - 2\nu)I_{2,x}) \\ \Delta\sigma_{yy} = \frac{q\alpha_e}{2\pi} (I_{1,y} + (1 - 2\nu)I_{2,y}) \\ \Delta\sigma_{xy} = \frac{q\alpha_e}{2\pi} (I_{1,xy} + (1 - 2\nu)I_{2,xy}) \end{cases} \quad (\text{C.14})$$

Avec ν pris conventionnellement égal à $1/3$, et α_e le « coefficient miroir ». Il n'existe pas de prescription pour la valeur de ce dernier paramètre en 3D, mais une valeur de 2 peut-être considérée comme

sécuritaire lorsque la surcharge est appliquée après la mise en place de l'écran. Les fonctions I_j sont celles décrites dans la notice Tasseldo [4].

Dans K-Réa, ces variations de contraintes horizontales cartésiennes sont projetées sur la normale à l'écran, puis transformées en incréments de contrainte verticale via la relation :

$$\Delta\sigma_v = \frac{1}{0.5} \Delta\sigma_{hn} \quad (\text{C.15})$$

Sur la base de cet incrément de contrainte verticale (équivalent), la modification des paliers de poussée initiale, active et passive, est ensuite menée selon le formalisme décrit précédemment.

Note : Contrairement aux autres modules, les surcharges de Caquot et Boussinesq ne sont jamais désactivées automatiquement par une autre action : elles continuent d'agir tant qu'elles n'ont pas explicitement été désactivées par l'utilisateur.

Cas d'une surcharge définie en phase initiale. Pour les surcharges définies dans les phases courantes de calcul, l'incrément de contrainte qui en résulte n'est considéré que du côté où la surcharge est appliquée (effet d'écran). En phase initiale, en l'absence de l'écran, il y a en toute rigueur continuité des contraintes de part et d'autre de l'écran et l'incrément qui résulte d'une surcharge déclarée en phase initiale est considéré (initialement) des deux côtés de l'écran.

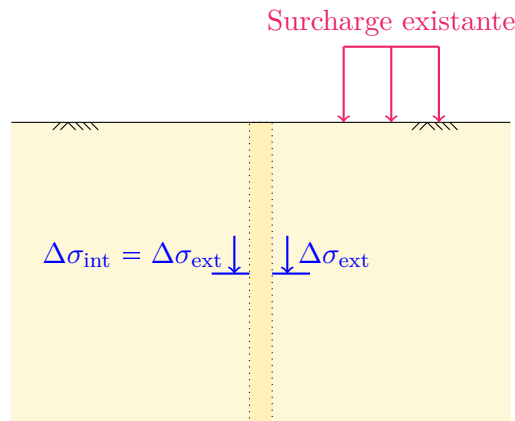


FIGURE C 28 – Traitement d'une surcharge de Boussinesq définie en phase initiale.

Ainsi, une surcharge de Boussinesq définie en phase initiale (représentative par exemple d'un immeuble existant) requiert les adaptations suivantes (appliquées automatiquement par le moteur de calcul) :

- incrément de contrainte identique (horizontale et vertical équivalent) des deux côtés de l'écran ;
- absence d'effet miroir ($\alpha_e = 1$).

C.3.4 Chargement défini directement sur l'écran

Deux types d'actions permettent de définir directement un chargement sur l'écran : une charge trapézoïdale s'appliquant sur toute la largeur d'un écran (ou de tous les écrans) entre deux cotes définies, ou une force ponctuelle définie dans le repère global.

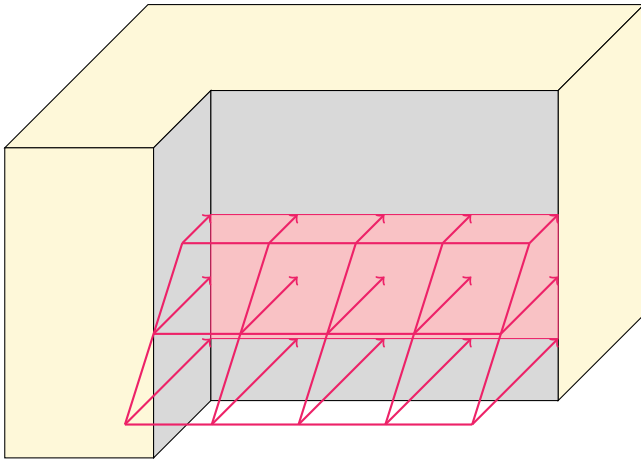


FIGURE C 29 – Effort surfacique trapézoïdal.

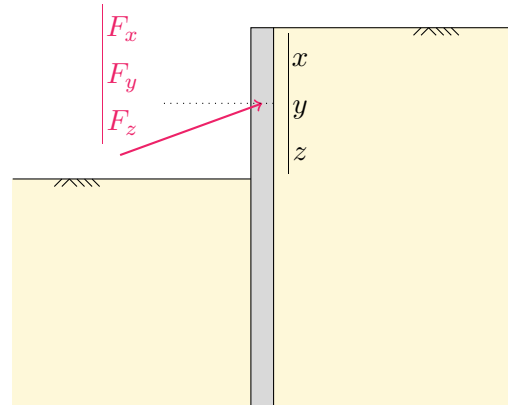


FIGURE C 30 – Effort ponctuel.

C.3.5 Modification des caractéristiques de l'écran.

Comme pour les actions précédentes, la modification des caractéristiques de l'écran peut s'appliquer sur un ou plusieurs écrans, entre deux cotes données. L'utilisateur peut modifier le poids surfacique, la température (voir paragraphe dédié), et la rigidité de l'écran.

La nouvelle rigidité est définie par un facteur $k = E/E_0$, rapport sur la rigidité initiale, pour éviter d'avoir à redéfinir les sept paramètres de raideur anisotrope. Ainsi, si j'applique $k = 2$ sur un écran à une phase i , puis $k = 3$ sur ce même écran à la phase suivante $i + 1$, la rigidité actuelle est le triple de la rigidité initiale, et non le sextuple.

C.4 Revue des différents ancrages

- **Buton.** Le buton est un ressort élastoplastique reliant deux nœuds. Il est caractérisé par son produit de rigidité axiale ES (l'interface calcule la raideur K en divisant par la longueur calculée). Il peut également subir des dilatations thermiques. Son comportement est le plus fidèle possible à l'ancrage éponyme des autres modules de K-Réa, si ce n'est qu'il n'est plus défini par mètre linéaire de paroi.

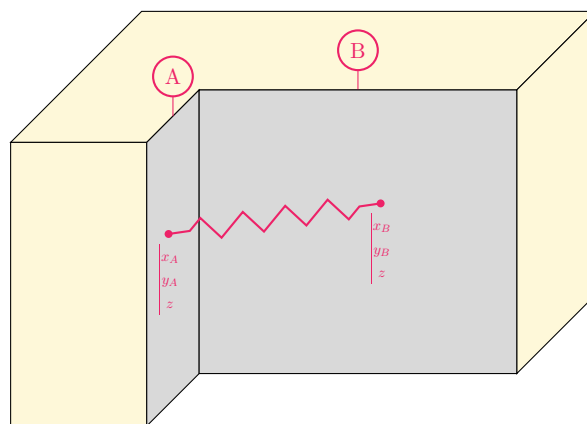


FIGURE C 31 – Principe de modélisation d'un buton dans le module 3D de K-Réa.

- **Lierne.** La lierne est une poutre courant le long de l'ouvrage à une côte donnée, **sur tout le pourtour**. Elle travaille principalement en compression et en flexion autour de l'axe global z (axe local 3). Elle peut subir des dilatations thermiques.

Note : Comme évoqué ci-avant, au niveau des jonctions entre écrans, la lierne est rotulée si les écrans sont en « charnière », et encastrée sinon.

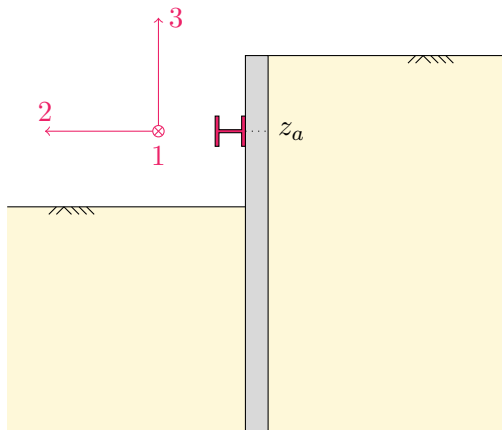


FIGURE C 32 – Représentation d'une lierne et axes pertinents.

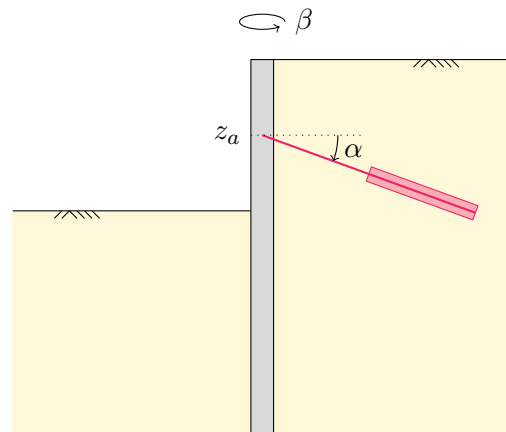


FIGURE C 33 – Représentation d'un tirant scellé et angles pertinents.

- **Tirant scellé.** Le tirant scellé a un comportement très similaire à son pendant 2D, si ce n'est qu'il n'est plus défini par mètre linéaire de paroi. Un paramètre additionnel β permet d'incliner le tirant autour de l'axe vertical (une valeur de 0 correspondant à un tirant inclus dans un plan vertical normal à l'écran courant).
- **Dalle.** Il est ici important de faire la distinction avec l'action « liaison surfacique (dalle) » des autres modules de K-Réa. En effet, il ne s'agit pas de ressorts de liaison répartis sur une certaine hauteur, mais bien d'une plaque mince placée au niveau de la fibre moyenne de la dalle. En particulier, elle travaille réellement en flexion, et en traction/compression cisaillement dans son plan. Les charges axiales peuvent donc se redistribuer par cisaillement en fonction des raideurs relatives des différentes zones.

Il y a possibilité de considérer différents types de liaison avec la fouille (encastré ou rotulé), et des trémies (trous) peuvent être définies. Des dilatations thermiques peuvent également être modélisées.

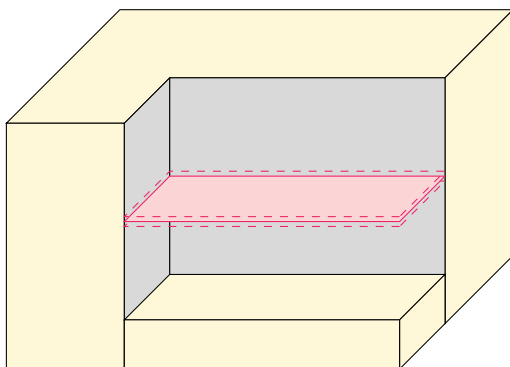


FIGURE C 34 – Schéma de principe d'une dalle.

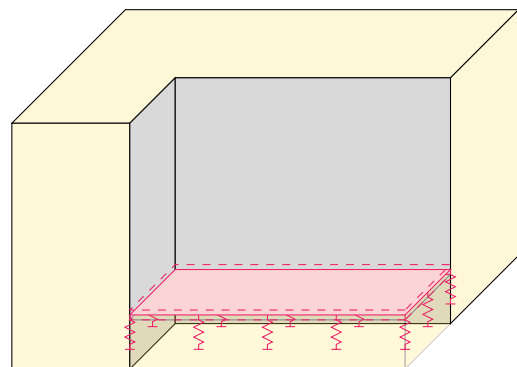


FIGURE C 35 – Schéma de principe d'un radier.

- **Radier.** Le principe est similaire à celui de la dalle, sauf qu'il repose sur des ressorts élastoplastiques (le paramètre $k_{v,radier}$ entré dans les paramètres de sol définit le coefficient de réaction). Ces ressorts peuvent plastifier au-delà de q_{max} , et gèrent aussi naturellement le décollement.

Le plan moyen du radier doit être défini une demi-épaisseur au-dessus du niveau d'excavation généralisée.

Bien noter que :

- ★ Les ressorts d'interaction sol-structure (raideur et limite) pour l'instant uniquement la stratigraphie à l'intérieur devant l'écran 1. Cet aspect pourra être amené à évoluer dans des versions ultérieures.
- ★ Les réactions sous le radier ne sont pas utilisées dans le calcul de σ'_v pour les sols sous-jacents. Si on veut prendre en compte un effet favorable du poids du radier sur la contrainte effective (et donc sur la butée), une surcharge (Caquot) doit donc être appliquée manuellement au fond de fouille.

Dans un radier, pas de trémies. Il est possible de considérer des dilatations thermiques.

- **Poutre.** Si la modélisation requiert l'emploi de vraies poutres au lieu de simples boutons (par exemple pour prendre en compte les effets de la flexion, du poids, de l'encastrement, *etc etc*), cet élément maille des éléments de poutres entre différents points de la fouille. Elles peuvent subir des dilatations thermiques.
- **Appui en base de l'écran.** Il ne s'agit pas exactement d'un ancrage, mais il est important de souligner que dans ce module 3D le comportement vertical de l'écran est explicitement modélisé. Une raideur en base de l'écran K_q doit donc être définie au niveau de la fenêtre de définition des couches de sol. La plastification est activée lorsque la résultante dépasse le Q_b défini au même endroit. Par défaut, le décollement en pied est interdit, mais il peut être autorisé en décochant la case associée.

C.5 Prise en compte des effets thermiques

C.5.1 Philosophie générale

Dans le cadre de la thermoélasticité linéaire (avec état initial naturel pour simplifier), la loi de comportement peut s'écrire sous la forme :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1 + \nu}{E} \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} (\text{tr } \underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{1}} + \alpha \tau \underline{\underline{1}} \quad (\text{C.16})$$

Cette relation peut être lue comme une décomposition de la déformation en une composante mécanique, reliée à la variation de l'état de contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$, et une déformation d'origine thermique, reliée à la variation de température τ . C'est pour cette raison que l'action de la température peut être vue comme un chargement en déformation imposée, qui est libre ou non de se développer (et génère, le cas échéant, un champ de contraintes).

C.5.2 Illustration de principe sur un exemple simple

Pour illustrer ce phénomène, il est possible de simplifier la situation en ne considérant qu'une poutre travaillant en traction-compression. Deux configurations sont étudiées : la poutre console, et la poutre bi-encastree (Figures C 36 & C 37).

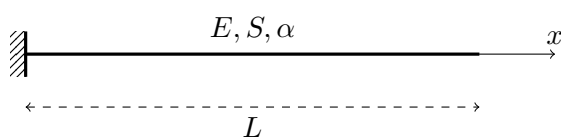


FIGURE C 36 – Représentation schématique d'une poutre console.

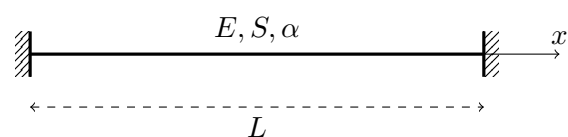


FIGURE C 37 – Représentation schématique d'une poutre bi-encastree.

La loi de comportement précédente projetée dans la cinématique uniaxiale devient :

$$\frac{du}{dx} = \frac{N}{ES} + \alpha\tau \quad (C.17)$$

- Pour la poutre console (Figure C 36), l'effort normal est nul par construction (système isostatique avec un bord libre à droite). L'intégration directe du déplacement donne $u(x) = \alpha\tau x$. Puisque le système est libre de se dilater, la déformation est égale à la déformation thermique, et aucun effort n'est généré.
- Pour la poutre bi-encastree (Figure C 37), la déformation est nulle par construction pour tout chargement uniforme. En conséquence, l'effort normal est uniforme et vaut $N = -ES\alpha\tau$. Le système n'est pas libre de se dilater, le système développe alors un état d'autocontrainte pour équilibrer le chargement en déformation imposée. On remarquera que pour une augmentation de température $\tau > 0$, l'effort généré est bien du côté de la compression (négatif).

C.5.3 Fonctionnement en conjonction avec le phasage

Plutôt que de raisonner en incréments/décroissements de température, le moteur de calcul associe à chaque « objet » (élément d'écran, appui) une température de référence T_{ref} , généralement égale à la température définie au moment de l'activation. Lors du phasage, l'utilisateur peut modifier la température actuelle de chaque élément, et créer ainsi une variation de température $\tau = T - T_{\text{ref}}$, qui est prise en compte dans le calcul suivant les modalités décrites ci-avant.

Le seul cas dans lequel la température de référence est modifiée est lorsque la raideur d'un élément est augmentée : la température de la phase $n - 1$ (dernier équilibre) est alors prise comme nouvelle référence. Ce choix permet de garantir que, tout comme pour les efforts, une augmentation de raideur toutes choses égales par ailleurs ne conduit à aucune perturbation de l'équilibre ou des efforts internes.

Dans le cas où l'utilisateur augmente la raideur d'un élément tout en modifiant la température, la variation τ est ainsi bien calculée à partir de $T - T_{\text{ref}} = T - T_{n-1}$, et cette variation de température travaille avec la nouvelle raideur de l'élément.

Références

- [1] CHATEAUNEUF, A. (2016). *La méthode des éléments finis - Calcul non-linéaire géométrique*, Techniques de l'Ingénieur
- [2] DORMIEUX, L., LEMARCHAND, É., KONDO, D. (2017). *Mécanique des milieux continus - Cours et exercices corrigés*, Ellipses
- [3] TERRASOL (2016). *K-Réa v4 - Notice technique*, <https://terrasol.setec.fr/wp-content/uploads/sites/12/2026/04/KRea-v4-Partie-C-FR1.pdf>
- [4] TERRASOL (2026). *Manuel utilisateur - Partie C.8 - Notice technique du module TAS-SELDO+*, Ind C, <https://terrasol.setec.fr/wp-content/uploads/sites/12/2026/04/Foxtav5-Manuelutilisateur-PartieC.8-Noticetechnique-Tasseldov5.x-indC2026.pdf>
- [5] ZIENKIEWICZ, O.C., TAYLOR, R.L. (2005). *The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics*, 6th edition, Butterworth-Heinemann